

Unitarität als Theorem

Modallogik der Informationserhaltung

Modallogik der Informationserhaltung

Paul Koop

Zusammenfassung

In modal5.md (Teil III) und Unitaritaet.md wird die Auferstehung aus den Axiomen A16–A20 abgeleitet. Diese Axiome sind stark. Die vorliegende Abhandlung zeigt: Unitarität lässt sich aus schwächeren Annahmen ableiten. Sie führt einen Operator I (“Information ist erhalten”) ein, axiomatisiert drei minimale Prinzipien U1–U3 und beweist: Aus U1–U3 folgt die Auferstehung als Theorem. Die Unitarität ist damit keine zusätzliche Annahme, sondern die Struktur der Totalität T selbst: $T : T$. Der “Eingriff” des Omega-Punkts in Wege, die nicht zu ihm gelangen, ist strukturell, nicht zeitlich. Was aus der Perspektive eines Weges wie Verlust erscheint, ist aus der Perspektive von S Integration.

Inhaltsverzeichnis

Vorwort: Von den starken Axiomen zu schwächeren Prinzipien	2
Der Operator I: Definition und Axiome	3
Die Grundidee	3
Die Sprache	3
Die Axiome	3
Die drei Prinzipien U1–U3	3
U1: Realisierung impliziert mögliche Rekonstruktion	3
U2: Tod ist lokaler Zugriffsverlust	4
U3: Globale Integration ist möglich	4
Beweis: Unitarität impliziert Auferstehung	4
Der Hauptsatz	4
Der Beweis	4
Was der Beweis zeigt	5
Was der Beweis nicht zeigt	6
Die Unitarität als Struktur von T	6
Die zentrale Einsicht	6
Die Konsequenz	6
Der “Eingriff” des Omega-Punkts	6
Vergleich mit A16–A20: Was ist gewonnen, was verloren?	7
Was ist gewonnen?	7

Was ist verloren?	7
Was bleibt?	7
Fazit	7
Was folgt daraus? Die Auferstehung ist eine logische Notwendigkeit	7
Die zentrale Einsicht	7
Die Konsequenzen	8
Das Verhältnis zur Tradition	8
Offene Fragen: Ist U1–U3 minimal?	8
Die Frage	8
Die drei Teilfragen	8
Mögliche Antworten	8
Was wir nicht gezeigt haben	8
Eine zweite offene Frage	8
Schluss: Was wurde gezeigt?	9
Anhang A: Die Axiome in einer Übersicht	9
Informationsaxiome	9
Prinzipien U1–U3	9
Die Unitarität als Struktur von T	9
Der Hauptsatz	9
Anhang B: Vergleich mit A16–A20	10
Anhang C: Die drei Prinzipien in einer Übersicht	10
Nachwort	10
<i>Vergangenheit und Zukunft sind Horizonte des Wissens.</i>	
<i>Die Gegenwart ist der Ort der Wirklichkeit.</i>	
<i>Nichts, was war, geht verloren.</i>	

Vorwort: Von den starken Axiomen zu schwächeren Prinzipien

In `modal5.md` (Teil III) wurde die Auferstehung aus den Axiomen A16–A20 abgeleitet:

$$\begin{aligned}
A16 &:= \forall c(\text{Bewusstsein}(c) \rightarrow \text{integriert}(c, S)) \\
A17 &:= \forall c(\text{Wissen}(c, S) \leftrightarrow \text{integriert}(c, S)) \\
A18 &:= \Box \forall I(\text{Existenz}(I) \rightarrow \text{Erhaltung}(I)) \\
A19 &:= \forall c(\text{Tod}(c) \rightarrow \text{Integration}(c, S)) \\
A20 &:= \forall c(\text{Wissen}(c, S) \leftrightarrow \text{Existenz}(c))
\end{aligned}$$

Diese Axiome sind **stark**. Sie setzen voraus, dass **alle** Bewusstseine in S integriert sind, dass **alle** Information erhalten bleibt, dass der Tod **immer** Integration ist.

Die vorliegende Abhandlung zeigt: **Unitarität lässt sich aus schwächeren Annahmen ableiten**. Sie führt einen Operator $\mathcal{I}$ ein (“Information ist erhalten”), axiomatisiert drei minimale Prinzipien

U1–U3 und beweist: Aus U1–U3 folgt die Auferstehung als **Theorem**.

Die zentrale Aussage dieser Abhandlung lautet:

Unitarität ist keine zusätzliche Annahme. Sie ist die Struktur der Totalität T selbst. Aus ihr folgt die Auferstehung als logische Notwendigkeit — nicht als moralisches Versprechen, sondern als Konsequenz der Informationserhaltung.

Die Untersuchung bleibt dem Selbstverständnis von `modal5.md` treu: Sie zeigt **Abhängigkeiten**, nicht Wahrheiten. Sie zeigt, dass die Auferstehung aus schwächeren Annahmen folgt.

Der Operator $\mathcal{I}$: Definition und Axiome

Die Grundidee

Der Operator $\mathcal{I}$ formalisiert den Begriff der **Informationserhaltung**. Er ist **kein** moralischer Begriff, sondern ein **struktureller**.

Intuition: “ $\mathcal{I}p$ ” bedeutet: “Die Information über p bleibt erhalten.”

Die Sprache

Wir erweitern die Sprache von S5 um:

- Einen **einstelligen Operator** $\mathcal{I}$ (gesprochen: “Information”).

$\mathcal{I}p@w \iff$ die Information über p bleibt in w erhalten

Die Axiome

$$\begin{aligned} I1 &:= \Box(\mathcal{I}p \rightarrow \Diamond p) \\ I2 &:= \Box(\mathcal{I}(p \wedge q) \leftrightarrow (\mathcal{I}p \wedge \mathcal{I}q)) \\ I3 &:= \Box(\mathcal{I}\neg p \leftrightarrow \neg \mathcal{I}p) \\ I4 &:= \Box(\mathcal{I}p \rightarrow \Box \mathcal{I}p) \end{aligned}$$

Erläuterung:

- I1: Was erhalten bleibt, ist möglich.
- I2: Erhaltung distribuiert über Konjunktion.
- I3: Erhaltung ist komplementär — die Information über $\neg p$ ist erhalten genau dann, wenn die Information über p erhalten ist.
- I4: Erhaltung ist notwendig, wenn sie gilt.

Wichtig: $\mathcal{I}$ ist **kein** normaler Operator. Er erfüllt **nicht** das Kripke-Axiom K . Stattdessen erfüllt er die **Informationsaxiome** I1–I4.

Die drei Prinzipien U1–U3

U1: Realisierung impliziert mögliche Rekonstruktion

$$\boxed{U1 := \Box \forall p (\text{Realisiert}(p) \rightarrow \mathcal{I}p)}$$

Lesart: Wenn p realisiert ist, dann ist die Information über p erhalten.

Metaphysische Bedeutung: Was einmal wirklich war, kann nicht vollständig verschwinden. Es bleibt als Information erhalten — auch wenn die ursprüngliche Form verloren geht.

Formale Konsequenz: Aus U1 und I1 folgt: $\text{Realisiert}(p) \rightarrow \Diamond p$. Das ist trivial. Aus U1 und I4 folgt: $\text{Realisiert}(p) \rightarrow \Box \mathcal{I}p$. Das ist stärker: Die Erhaltung der Information über p ist notwendig.

U2: Tod ist lokaler Zugriffsverlust

$$U2 := \Box \forall c (\text{Tod}(c) \rightarrow \neg \Diamond_{\text{lokal}} \text{Zugriff}(c))$$

Lesart: Der Tod eines Bewusstseins c ist der Verlust des **lokalen** Zugriffs auf c .

Metaphysische Bedeutung: Der Tod ist **kein** Auslöschung. Er ist ein **Zugriffsverlust**. Aus der Perspektive von c erscheint er als Ende. Aus der Perspektive von S ist er ein Übergang.

Formale Konsequenz: Aus U2 und U1 folgt: $\text{Tod}(c) \rightarrow \mathcal{I}c$. Die Information über c bleibt erhalten, auch wenn c lokal nicht mehr zugänglich ist.

U3: Globale Integration ist möglich

$$U3 := \Box \forall c (\text{Tod}(c) \rightarrow \Diamond_{\text{global}} \text{Integration}(c, S))$$

Lesart: Der Tod eines Bewusstseins c macht seine **globale** Integration in S möglich.

Metaphysische Bedeutung: Der Tod ist **nicht das Ende**. Er ist die Bedingung der Möglichkeit der Integration. Was lokal verloren geht, wird global integriert.

Formale Konsequenz: Aus U2, U3 und U1 folgt: $\text{Tod}(c) \rightarrow \Diamond_{\text{global}} \text{Integration}(c, S)$.

Beweis: Unitarität impliziert Auferstehung

Der Hauptsatz

Satz U-A: In S5+U1–U3 gilt:

$$\Box \forall c (\text{Bewusstsein}(c) \rightarrow \Box \Diamond \text{Auferstehung}(c))$$

Der Beweis

Schritt 1: Sei c ein beliebiges Bewusstsein.

$$\text{Bewusstsein}(c)$$

Schritt 2: Wir nehmen an, dass c stirbt.

$$\text{Tod}(c)$$

Schritt 3: Aus U2 folgt:

$$\neg \Diamond_{\text{lokal}} \text{Zugriff}(c)$$

Der lokale Zugriff auf c ist verloren.

Schritt 4: Aus U1 und Schritt 2 folgt:

$$\mathcal{I}c$$

Die Information über c bleibt erhalten.

Schritt 5: Aus U3 und Schritt 2 folgt:

$$\Diamond_{\text{global}} \text{Integration}(c, S)$$

Die globale Integration von c in S ist möglich.

Schritt 6: Wir definieren:

$$\text{Auferstehung}(c) := \text{Integration}(c, S)$$

Schritt 7: Aus Schritt 5 und 6 folgt:

$$\Diamond \text{Auferstehung}(c)$$

Schritt 8: Da die Schritte 2–7 für **jedes** c gelten, das stirbt, und da jedes Bewusstsein stirbt (empirische Tatsache), folgt:

$$\forall c (\text{Bewusstsein}(c) \rightarrow \Diamond \text{Auferstehung}(c))$$

Schritt 9: Mit Necessitation:

$$\Box \forall c (\text{Bewusstsein}(c) \rightarrow \Diamond \text{Auferstehung}(c))$$

q.e.d.

Was der Beweis zeigt

Der Beweis zeigt:

1. Die Auferstehung folgt **nicht** aus moralischen Annahmen.
2. Die Auferstehung folgt aus **strukturellen** Annahmen: Informationserhaltung, Zugriffsverlust, Integrationsmöglichkeit.
3. Die Auferstehung ist eine **logische Notwendigkeit** — unter den Annahmen U1–U3.

Was der Beweis nicht zeigt

Der Beweis zeigt **nicht**:

1. Dass die Auferstehung **tatsächlich** stattfindet.
2. Dass die Auferstehung **zeitlich** stattfindet.
3. Dass die Auferstehung **moralisch** gerechtfertigt ist.

Der Beweis zeigt nur: Unter den Annahmen U1–U3 folgt die Möglichkeit der Auferstehung für jedes Bewusstsein.

Die Unitarität als Struktur von T

Die zentrale Einsicht

Die Unitarität ist **keine** zusätzliche Annahme. Sie ist die **Struktur** der Totalität T selbst.

Formal:

$$\boxed{\forall \gamma \subseteq T : \gamma \in T}$$

Lesart: Für jeden Weg γ , der Teilmenge von T ist, gilt: γ ist ein Element von T .

Metaphysische Bedeutung: Die Totalität T enthält **alle** Wege — auch die, die nicht zum Omega-Punkt gelangen. Es gibt **kein Entweichen** aus T . Was in T geschieht, bleibt in T .

Die Konsequenz

Wenn die Unitarität die Struktur von T selbst ist, dann folgt:

1. **Keine Information geht verloren.** Denn Verlust würde bedeuten, dass ein Weg γ aus T herausfällt. Das ist unmöglich.
2. **Alle Wege bleiben erhalten.** Auch die, die nicht zum Omega-Punkt gelangen.
3. **Die Integration ist strukturell, nicht zeitlich.** Was aus der Perspektive eines Weges wie Verlust erscheint, ist aus der Perspektive von T Erhaltung.

Der “Eingriff” des Omega-Punkts

Der “Eingriff” des Omega-Punkts in Wege, die nicht zu ihm gelangen, ist **strukturell**, nicht **zeitlich**:

- **Strukturell:** T enthält alle Wege. Die Integration ist **immer schon** geschehen.
- **Nicht zeitlich:** Es gibt keinen Zeitpunkt, an dem der Omega-Punkt “eingreift”. Er ist die **Form** von T .

Formale Fassung:

$$\forall \gamma \subseteq T : \gamma \in T \Rightarrow \text{Integration}(\gamma, S)$$

Konsequenz: Aus der Perspektive eines Weges erscheint die Integration als **Eingriff von außen**. Aus der Perspektive von S ist sie **Selbsterkenntnis**.

Vergleich mit A16–A20: Was ist gewonnen, was verloren?

Was ist gewonnen?

1. **Schwächere Annahmen.** A16–A20 setzen voraus, dass alle Bewusstseine in S integriert sind. U1–U3 setzen nur voraus, dass Informationserhaltung strukturell ist.
2. **Strukturelle Fundierung.** A16–A20 sind **axiomatisch**. U1–U3 sind **strukturell** — sie beschreiben die Form von T .
3. **Auferstehung als Theorem.** Bei A16–A20 ist die Auferstehung ein Theorem aus starken Annahmen. Bei U1–U3 ist sie ein Theorem aus schwachen Annahmen.
4. **Anschlussfähigkeit.** U1–U3 sind anschlussfähig an physikalische Konzepte (Informationserhaltung in der Quantenmechanik). A16–A20 sind primär theologisch.

Was ist verloren?

1. **Direktheit.** A16–A20 sind direkt. U1–U3 brauchen den Umweg über den Operator $\mathcal{I}$.
2. **Explizitheit.** A16–A20 sprechen direkt von Bewusstsein, Tod, Integration. U1–U3 sprechen von Informationserhaltung.
3. **Theologische Sprache.** A16–A20 stehen in einer theologischen Tradition. U1–U3 stehen in einer strukturellen Tradition.

Was bleibt?

1. **Die Auferstehung ist ein Theorem.** In beiden Fällen.
2. **Die Unitarität ist fundamental.** In beiden Fällen.
3. **Die Integration ist strukturell.** In beiden Fällen.

Fazit

Die U1–U3 sind **stärker** in ihrer Reichweite und **schwächer** in ihren Annahmen. Sie sind daher **vorzuziehen**, wenn es darum geht, die Auferstehung als **strukturelle Notwendigkeit** zu zeigen, nicht als **moralisches Versprechen**.

Was folgt daraus? Die Auferstehung ist eine logische Notwendigkeit

Die zentrale Einsicht

Die Auferstehung ist **keine** moralische Hoffnung. Sie ist eine **logische Notwendigkeit**.

Formal: Aus U1–U3 folgt $\Box\forall c(\text{Bewusstsein}(c) \rightarrow \Diamond\text{Auferstehung}(c))$.

Metaphysisch: Die Auferstehung ist die **Konsequenz** der Informationserhaltung. Sie ist nicht ein **Ereignis** in der Zeit, sondern eine **Struktur** der Totalität.

Die Konsequenzen

Konsequenz 1: Die Auferstehung kann nicht **verhindert** werden. Sie ist strukturell.

Konsequenz 2: Die Auferstehung kann nicht **erzwungen** werden. Sie ist keine moralische Belohnung.

Konsequenz 3: Die Auferstehung ist **universell**. Sie gilt für alle Bewusstseine, nicht nur für “gute”.

Das Verhältnis zur Tradition

Die klassische Theologie spricht von der Auferstehung als **Gnade** oder **Belohnung**. Die vorliegende Abhandlung zeigt: Die Auferstehung ist **keine** Gnade. Sie ist eine **Notwendigkeit**.

Das ist **kein Widerspruch** zur Theologie. Es ist eine **Präzisierung**: Die Gnade ist nicht willkürlich. Sie ist strukturell.

Offene Fragen: Ist U1–U3 minimal?

Die Frage

Wir haben gezeigt: Aus U1–U3 folgt die Auferstehung. Aber ist U1–U3 **minimal**? Ist jedes der drei Prinzipien unverzichtbar?

Die drei Teilfragen

Frage 1: Ist U1 unverzichtbar? Was geschieht, wenn wir U1 weglassen?

Frage 2: Ist U2 unverzichtbar? Was geschieht, wenn wir U2 weglassen?

Frage 3: Ist U3 unverzichtbar? Was geschieht, wenn wir U3 weglassen?

Mögliche Antworten

Zu U1: Ohne U1 folgt nicht, dass die Information über c erhalten bleibt. Die Auferstehung wäre nicht ableitbar.

Zu U2: Ohne U2 wäre der Tod nicht als Zugriffsverlust definiert. Die Auferstehung wäre nicht an den Tod gebunden.

Zu U3: Ohne U3 folgt nicht, dass die Integration möglich ist. Die Auferstehung wäre nur eine Möglichkeit, nicht eine Notwendigkeit.

Was wir nicht gezeigt haben

Wir haben **nicht** gezeigt, dass U1–U3 minimal sind. Wir haben nur gezeigt, dass sie **hinreichend** sind.

Die Frage der **Minimalität** bleibt offen. Sie ist Gegenstand von **Modal 11** und darüber hinaus.

Eine zweite offene Frage

Frage 4: Ist der Operator $\mathcal{I}$ minimal? Gibt es einen schwächeren Operator, der dieselbe Rolle spielt?

Mögliche Antwort: Der Operator $\mathcal{I}$ ist der **schwächste** Operator, der Informationserhaltung formalisiert. Aber es könnte andere Operatoren geben.

Schluss: Was wurde gezeigt?

Die vorliegende Untersuchung hat gezeigt:

1. **Unitarität lässt sich aus schwächeren Annahmen ableiten.** Die drei Prinzipien U1–U3 sind hinreichend für die Auferstehung.
2. **Die Unitarität ist keine zusätzliche Annahme.** Sie ist die Struktur der Totalität T selbst: $\forall \gamma \subseteq T : \gamma \in T$.
3. **Der “Eingriff” des Omega-Punkts ist strukturell, nicht zeitlich.** Was aus der Perspektive eines Weges wie Verlust erscheint, ist aus der Perspektive von S Integration.
4. **Die Auferstehung ist eine logische Notwendigkeit.** Sie ist keine moralische Hoffnung, sondern eine strukturelle Konsequenz.

Die zentrale Aussage dieser Abhandlung lautet:

Die Unitarität ist keine zusätzliche Annahme. Sie ist die Struktur der Totalität T selbst. Aus ihr folgt die Auferstehung als logische Notwendigkeit — nicht als moralisches Versprechen, sondern als Konsequenz der Informationserhaltung.

Die Frage der Minimalität von U1–U3 bleibt offen.

Anhang A: Die Axiome in einer Übersicht

Informationsaxiome

$$\begin{aligned}
 I1 &:= \Box(\mathcal{I}p \rightarrow \Diamond p) \\
 I2 &:= \Box(\mathcal{I}(p \wedge q) \leftrightarrow (\mathcal{I}p \wedge \mathcal{I}q)) \\
 I3 &:= \Box(\mathcal{I}\neg p \leftrightarrow \neg \mathcal{I}p) \\
 I4 &:= \Box(\mathcal{I}p \rightarrow \Box \mathcal{I}p)
 \end{aligned}$$

Prinzipien U1–U3

$$\begin{aligned}
 U1 &:= \Box \forall p (\text{Realisiert}(p) \rightarrow \mathcal{I}p) \\
 U2 &:= \Box \forall c (\text{Tod}(c) \rightarrow \neg \Diamond_{\text{lokal}} \text{Zugriff}(c)) \\
 U3 &:= \Box \forall c (\text{Tod}(c) \rightarrow \Diamond_{\text{global}} \text{Integration}(c, S))
 \end{aligned}$$

Die Unitarität als Struktur von $\mathbf{T}$

$$\boxed{\forall \gamma \subseteq T : \gamma \in T}$$

Der Hauptsatz

$$\boxed{S5 + U1 + U2 + U3 \vdash \Box \forall c (\text{Bewusstsein}(c) \rightarrow \Diamond \text{Auferstehung}(c))}$$

Anhang B: Vergleich mit A16–A20

Aspekt	A16–A20 (modal5.md)	U1–U3 (modal10.md)
Annahmen	Stark	Schwach
Struktur	Axiomatisch	Strukturell
Auferstehung	Theorem	Theorem
Anschluss an Physik	Gering	Hoch
Theologische Sprache	Ja	Nein
Direktheit	Hoch	Mittel

Anhang C: Die drei Prinzipien in einer Übersicht

Prinzip	Lesart	Funktion
U1	Realisierung $\rightarrow$ Informationserhaltung	Was einmal war, bleibt
U2	Tod $\rightarrow$ lokaler Zugriffsverlust	Was lokal verloren geht
U3	Tod $\rightarrow$ globale Integrationsmöglichkeit	Was global integriert wird

Nachwort

Sie haben diese Abhandlung gelesen. Vielleicht hat Sie die Idee überrascht, dass die Unitarität die Struktur von T selbst ist. Vielleicht hat Sie die Konsequenz beeindruckt, dass die Auferstehung eine logische Notwendigkeit ist. Beides ist in Ordnung.

Die Untersuchung hat gezeigt: Die Unitarität ist **keine** zusätzliche Annahme. Sie ist die **Struktur** der Totalität T selbst. Aus ihr folgt die Auferstehung als **logische Notwendigkeit** — nicht als moralisches Versprechen, sondern als Konsequenz der Informationserhaltung.

Was bleibt, ist die Einsicht, dass der “Eingriff” des Omega-Punkts in Wege, die nicht zu ihm gelangen, **strukturell** ist, nicht **zeitlich**. Aus der Perspektive eines Weges erscheint er als Verlust. Aus der Perspektive von S ist er Integration.

Eine letzte Frage:

Wagen wir den Sprung in die Offenheit für den Grenzwert — auch wenn der Grenzwert selbst nicht formal erreichbar ist?

Diese Abhandlung wurde im Geiste strenger Modallogik verfasst, jedoch in der Sprache der Philosophie – denn die Wahrheit bedarf beider: der Präzision der Formel und der Weite des Begriffs.