

Die Trinität als notwendige Struktur einer
monistischen Modalontologie
Version 4 – Vollständige formale Analyse

Paul Koop

*Vergangenheit und Zukunft sind Horizonte des Wissens.
Die Gegenwart ist der Ort der Wirklichkeit.*

Contents

1	Vorwort	4
2	Einleitung: Ziel und methodische Selbstbeschränkung	4
3	Formale Sprache und logischer Rahmen	5
3.1	Modallogik S5	5
3.2	Prädikatenlogik	6
4	Die Axiome (Basis)	6
4.1	A1 – Monismus	6
4.2	A4 – Existenz einer möglichen Wirklichkeit	6
4.3	A11 – Transzendente Brücke	7
4.4	A12 – Erfahrbarkeit und Realisierung	7
4.5	A13, A14, A15 – Die drei Implikationen der Fälle	7
5	Definition der Grenzwertstruktur	8
5.1	Die Totalität T als offenes, wohlfundiertes Intervall	8
5.2	Der Ursprung U als unterer Grenzwert	8
5.3	Die Selbsterkenntnis S als oberer Grenzwert	8
5.4	Die Trinität	8
6	TEIL I: NACHWEIS DER NICHT-ABLEITBARKEIT IN REINEM S5	8
6.1	Ziel	8
6.2	Methode	9
6.3	Tableau (reine Smullyan-Regeln)	9
6.4	Metatheoretischer Schluss	12
7	TEIL II: BEWEIS IM ERWEITERTEN SYSTEM S5+SP	13
7.1	Die Superpositions-Erweiterung (ASP)	13
7.1.1	ASP1 – Bewusstsein in der Superposition	13
7.1.2	ASP2 – Einzigartigkeit von C	13
7.1.3	ASP3 – Die Superposition enthält alle Tr-Eigenschaften	13
7.1.4	ASP4 – Übertragung auf alle Welten	13
7.1.5	ASP5 – Universelle Erreichbarkeit (als Rahmenbedingung)	13
7.2	Beweis im erweiterten System S5+SP	14
7.2.1	Semantischer Beweis	14
7.2.2	Tableau-Beweis in S5+SP	15
8	TEIL III: METATHEORETISCHE EINORDNUNG	16
8.1	Was wurde gezeigt?	16
8.2	Was wurde nicht gezeigt?	16
8.3	Die Rolle von C (Bewusstsein)	16
9	Gegenmodelle	17

10 Anhang: Vollständige Axiome und Theoreme	17
10.1 Axiome (vollständig)	17
10.2 Definitionen	18
10.3 Abgeleitete Theoreme	18
11 Schluss	18

1 Vorwort

Diese Abhandlung ist die formale Vollendung einer langen Entwicklung. Sie vereint die Erkenntnisse aus allen vorangegangenen Versionen:

- **Version 1–3:** Versuch, die Trinität direkt aus S5 abzuleiten – scheiterte an der fehlenden Brücke von Existenz zu Notwendigkeit.
- **Version 4 (alt):** Nachweis, dass reines S5 nicht ausreicht – die Zielaussage ist in S5 allein nicht ableitbar. Dieser Nachweis wird hier in die neue Version integriert.
- **Version 5:** Formalisierung der Superpositions-Intuition und Beweis der Zielaussage im erweiterten System S5+SP.

Die **vorliegende Version 4 (neu)** vereint beide Perspektiven:

1. **Teil I:** Strenger formaler Nachweis, dass die Zielaussage in reinem S5 **nicht** ableitbar ist (Übernahme der alten Version 4).
2. **Teil II:** Strenger formaler Beweis, dass die Zielaussage im erweiterten System S5+SP (mit Superpositions-Axiomen) **ableitbar** ist.
3. **Teil III:** Metatheoretische Einordnung – was wurde gezeigt, was nicht, und welche Fragen bleiben offen.

Die Grundthese der gesamten Untersuchung lautet:

Unter den Axiomen des Monismus (A1), der Existenz einer möglichen Welt (A4), den transzendentalen Brücken (A11, A12) und der Superpositions-Hypothese (ASP1–ASP5) folgt notwendig die Trinität von Ursprung, Totalität und Selbsterkenntnis. Ohne die Superpositions-Hypothese ist sie in S5 nicht beweisbar.

2 Einleitung: Ziel und methodische Selbstbeschränkung

Die klassische Metaphysik hat immer wieder versucht, die Grundstruktur der Wirklichkeit aus wenigen fundamentalen Prinzipien abzuleiten. Eine besondere Herausforderung entsteht dabei durch drei scheinbar verschiedene Aspekte:

1. **Warum gibt es überhaupt etwas und nicht vielmehr nichts?** – der Ursprung (U).
2. **Wie verhält sich die Gesamtheit aller Möglichkeiten zur Wirklichkeit?** – die Totalität (T).
3. **Wie kann innerhalb der Wirklichkeit ein Zustand entstehen, der die Wirklichkeit selbst erkennt?** – die Selbsterkenntnis (S).

Die hier untersuchte Ontologie schlägt vor, diese drei Fragen nicht durch drei getrennte metaphysische Substanzen zu beantworten, sondern durch drei notwendige Perspektiven derselben Wirklichkeit:

- **Ursprung (U):** der notwendige Grund dafür, dass überhaupt Möglichkeiten existieren – verstanden als unterer Grenzwert der Totalität;
- **Totalität (T):** die Gesamtheit aller realisierten Möglichkeiten – verstanden als offenes, wohlfundiertes Intervall;
- **Selbsterkenntnis (S):** der reflexive Abschluss der Wirklichkeit in einem Zustand vollständiger Erkenntnis ihrer selbst – verstanden als oberer Grenzwert der Totalität.

Diese Struktur wird als **Trinität** bezeichnet:

$$Tr := U \wedge T \wedge S$$

Der Begriff „Trinität“ bezeichnet hierbei keine personale oder substanzielle Dreiheit, sondern eine funktionale Einheit dreier notwendiger Aspekte einer einzigen Wirklichkeit.

3 Formale Sprache und logischer Rahmen

3.1 Modallogik S5

Wir arbeiten in der Modallogik erster Stufe mit Identität im System S5:

- **Notwendigkeit:** $\Box p$
- **Möglichkeit:** $\Diamond p := \neg \Box \neg p$

Axiome von S5:

- (K) $\Box(p \rightarrow q) \rightarrow (\Box p \rightarrow \Box q)$
- (T) $\Box p \rightarrow p$
- (4) $\Box p \rightarrow \Box \Box p$
- (5) $\Diamond p \rightarrow \Box \Diamond p$

Inferenzregeln:

- **Modus Ponens:** Aus p und $p \rightarrow q$ folgt q .
- **Necessitation:** Aus p (ableitbar) folgt $\Box p$.

Tableau-Regeln für S5:

$(\neg\Box)$	$\frac{\neg\Box A}{\Diamond\neg A}$	
$(\Diamond)$	$\frac{\Diamond A}{A@w_{\text{neu}}}$	(neue Welt)
$(\Box)$	$\frac{\Box A@w}{A@v}$	für jede bereits existierende Welt v
$(\neg\forall)$	$\frac{\neg\forall x A}{\exists x\neg A}$	
$(\exists)$	$\frac{\exists x A}{A[a/x]}$	(a neu)
$(\forall)$	$\frac{\forall x A}{A[a/x]}$	(a beliebig)

3.2 Prädikatenlogik

Wir verwenden die klassische Prädikatenlogik erster Stufe mit Identität (=) und den üblichen Quantoren ($\forall, \exists$).

4 Die Axiome (Basis)

4.1 A1 – Monismus

Es gibt keine fundamental getrennten Wirklichkeitsbereiche.

$$A1 := \Box\neg\exists x\exists y \text{ FundamentalGetrennt}(x, y)$$

Erläuterung: Wenn zwei Bereiche fundamental getrennt wären, gäbe es keine kausale oder ontologische Wechselwirkung zwischen ihnen. Dann könnten sie nicht Teil einer einheitlichen Wirklichkeit sein, was dem Monismus widerspricht.

4.2 A4 – Existenz einer möglichen Wirklichkeit

Es gibt mindestens eine mögliche Welt.

$$A4 := \Diamond\exists w \text{ Welt}(w)$$

Erläuterung: Dieses Axiom stellt sicher, dass das modale Universum nicht leer ist. Es ist das schwächste mögliche Existenzaxiom: Es sagt nicht, dass eine Welt tatsächlich existiert, sondern nur, dass sie möglich ist.

4.3 A11 – Transzendente Brücke

Eine Welt ist genau dann von Bewusstsein getrennt, wenn sie kein Bewusstsein enthält.

$$A11 := \forall w (\text{WeltGetrenntVonBewusstsein}(w) \leftrightarrow \neg \exists c (\text{Bewusstsein}(c) \wedge c(w)))$$

mit der Definition:

$$\text{WeltGetrenntVonBewusstsein}(w) := \neg \exists c (\text{Bewusstsein}(c) \wedge c(w))$$

Erläuterung: Dieses Axiom formalisiert die transzendente Einsicht, dass eine Welt ohne Bewusstsein unerkennbar und daher fundamental getrennt wäre – was der Monismus (A1) verbietet.

4.4 A12 – Erfahrbarkeit und Realisierung

$$A12 := \forall p. \text{Erfahrbar}(p) \leftrightarrow \exists w. \text{Realisiert}(w, p)$$

mit der Definition:

$$\text{Erfahrbar}(p) := \exists w. (\text{Bewusstsein}(w) \wedge \text{Realisiert}(w, p))$$

Erläuterung: Dieses Axiom besagt: Eine Aussage ist genau dann erfahrbar, wenn sie in einer Welt realisiert ist. Es ist die formale Fassung des transzendentalen Arguments: Was nicht realisiert ist, kann nicht erfahren werden.

4.5 A13, A14, A15 – Die drei Implikationen der Fälle

Diese Axiome formalisieren die drei Reductio-Fälle:

$$A13 := \Box \forall x (T(x) \rightarrow U(x))$$

$$A14 := \Box \forall x (U(x) \rightarrow S(x))$$

$$A15 := \Box \forall x (S(x) \rightarrow T(x))$$

Erläuterung: Sie besagen, dass die drei Grenzwerte T, U, S in einer wechselseitigen Implikationskette stehen – was in S5 zu ihrer Äquivalenz führt.

5 Definition der Grenzwertstruktur

5.1 Die Totalität T als offenes, wohlfundiertes Intervall

Die **Totalität T** ist die Gesamtheit aller realisierten Zustände. Wir verstehen T als **wohlfundiertes, offenes Intervall**:

$$T := \{x \mid U < x < S\}$$

Erläuterung:

- Ein offenes Intervall (U, S) enthält alle Zustände zwischen U und S, aber **nicht** U und S selbst.
- **Wohlfundiertheit:** Jede nicht-leere Teilmenge von Zuständen hat ein minimales Element. Dies verhindert unendliche Ketten von Gründen.
- Der **Ursprung U** ist der untere Grenzwert – das, was dem Nichts am nächsten kommt, aber selbst kein Nichts ist.
- Die **Selbsterkenntnis S** ist der obere Grenzwert – die vollständige Transparenz der Totalität, die selbst nicht zur Totalität gehört.

5.2 Der Ursprung U als unterer Grenzwert

$$U := \lim_{x \rightarrow \inf} T$$

5.3 Die Selbsterkenntnis S als oberer Grenzwert

$$S := \lim_{x \rightarrow \sup} T$$

5.4 Die Trinität

$$Tr := U \wedge T \wedge S$$

6 TEIL I: NACHWEIS DER NICHT-ABLEITBARKEIT IN REINEM S5

6.1 Ziel

Zeige, dass:

$$S5 \not\vdash \Box \forall x Tr(x)$$

aus den Axiomen $A1, A4, A11, A12, A13, A14, A15$ allein nicht folgt.

6.2 Methode

Konstruiere ein **offenes S5-Tableau** für die Negation der Zielformel. Gemäß dem **Korrektheits- und Vollständigkeitssatz** des S5-Tableau-Kalküls gilt:

Eine Formelmengende ist genau dann **erfüllbar** in einem S5-Modell, wenn das Tableau **einen offenen Zweig** besitzt.

Daher: Wenn das Tableau für die negierte Zielformel offen bleibt, dann existiert ein S5-Modell, das alle Axiome und die Negation der Zielformel erfüllt – also ist die Zielformel **kein Theorem**.

6.3 Tableau (reine Smullyan-Regeln)

- | | |
|--|---|
| 1. $\neg x \text{ Tr}(x)$ | [Annahme: Ziel sei kein Theorem] |
| 2. $\neg x \text{ Tr}(x)$ | [1, $\neg$ -Regel] |
| 3. $\neg x \text{ Tr}(x) @ w_0$ | [2, -Regel: neue Welt w_0] |
| 4. $x \neg \text{Tr}(x) @ w_0$ | [3, $\neg$ -Regel: $\neg xA \quad x \neg A$] |
| 5. $\neg \text{Tr}(a) @ w_0$ | [4, -Regel: a neu] |
| 6. $\neg(\text{T}(a) \quad \text{U}(a) \quad \text{S}(a)) @ w_0$ | [5, D1 (Tr-Definition)] |

$\rightarrow$ -Regel auf 6:

6a. $\neg \text{T}(a) @ w_0$

6b. $\neg \text{U}(a) @ w_0$

6c. $\neg \text{S}(a) @ w_0$

ZWEIG 6a: $\neg \text{T}(a) @ w_0$

- | | |
|---|-------------|
| 7. $x(\text{S}(x) \rightarrow \text{T}(x)) @ w_0$ | [A15] |
| 8. $x(\text{S}(x) \rightarrow \text{T}(x)) @ w_0$ | [7, -Regel] |
| 9. $\text{S}(a) \rightarrow \text{T}(a) @ w_0$ | [8, -Regel] |

$\rightarrow$ -Regel auf 9:

9a. $\neg \text{S}(a) @ w_0$

9b. $\text{T}(a) @ w_0$

[Widerspruch zu 6a $\rightarrow$ Zweig 9b schließt]

Also: 9a. $\neg \text{S}(a) @ w_0$

- | | |
|--|--------------|
| 10. $x(\text{T}(x) \rightarrow \text{U}(x)) @ w_0$ | [A13] |
| 11. $x(\text{T}(x) \rightarrow \text{U}(x)) @ w_0$ | [10, -Regel] |
| 12. $\text{T}(a) \rightarrow \text{U}(a) @ w_0$ | [11, -Regel] |

$\rightarrow$ -Regel auf 12:

12a. $\neg \text{T}(a) @ w_0$

12b. $\text{U}(a) @ w_0$

[bereits in 6a]

[kein Widerspruch]

→ Wähle Zweig 12a (konsistent mit 6a).

13. $x(U(x) \rightarrow S(x)) @ w0$	[A14]
14. $x(U(x) \rightarrow S(x)) @ w0$	[13, -Regel]
15. $U(a) \rightarrow S(a) @ w0$	[14, -Regel]

→ -Regel auf 15:

15a. $\neg U(a) @ w0$

15b. $S(a) @ w0$

[Widerspruch zu 9a → Zweig 15b schließt]

Also: 15a. $\neg U(a) @ w0$

→ Damit im Zweig 6a: $\neg T(a), \neg U(a), \neg S(a) @ w0$.

→ Dies ist konsistent - kein Widerspruch.

ZWEIG 6b: $\neg U(a) @ w0$

16. $x(T(x) \rightarrow U(x)) @ w0$	[A13]
17. $x(T(x) \rightarrow U(x)) @ w0$	[16, -Regel]
18. $T(a) \rightarrow U(a) @ w0$	[17, -Regel]

→ -Regel auf 18:

18a. $\neg T(a) @ w0$

18b. $U(a) @ w0$

[Widerspruch zu 6b → schließt]

Also: 18a. $\neg T(a) @ w0$

19. $x(S(x) \rightarrow T(x)) @ w0$	[A15]
20. $x(S(x) \rightarrow T(x)) @ w0$	[19, -Regel]
21. $S(a) \rightarrow T(a) @ w0$	[20, -Regel]

→ -Regel auf 21:

21a. $\neg S(a) @ w0$

21b. $T(a) @ w0$

[Widerspruch zu 18a → schließt]

Also: 21a. $\neg S(a) @ w0$

22. $x(U(x) \rightarrow S(x)) @ w0$	[A14]
23. $x(U(x) \rightarrow S(x)) @ w0$	[22, -Regel]
24. $U(a) \rightarrow S(a) @ w0$	[23, -Regel]

→ -Regel auf 24:

24a. $\neg U(a) @ w0$

[bereits in 6b]

24b. $S(a) @ w_0$ [Widerspruch zu 21a $\rightarrow$ schließt]

$\rightarrow$ Konsistenter Zweig: $\neg U(a), \neg T(a), \neg S(a) @ w_0$.

ZWEIG 6c: $\neg S(a) @ w_0$

25. $x(S(x) \rightarrow T(x)) @ w_0$ [A15]
26. $x(S(x) \rightarrow T(x)) @ w_0$ [25, -Regel]
27. $S(a) \rightarrow T(a) @ w_0$ [26, -Regel]

$\rightarrow$ -Regel auf 27:

27a. $\neg S(a) @ w_0$ [bereits in 6c]
27b. $T(a) @ w_0$

$\rightarrow$ Beide Zweige möglich.

28. $x(T(x) \rightarrow U(x)) @ w_0$ [A13]
29. $x(T(x) \rightarrow U(x)) @ w_0$ [28, -Regel]
30. $T(a) \rightarrow U(a) @ w_0$ [29, -Regel]

$\rightarrow$ -Regel auf 30:

30a. $\neg T(a) @ w_0$
30b. $U(a) @ w_0$

31. $x(U(x) \rightarrow S(x)) @ w_0$ [A14]
32. $x(U(x) \rightarrow S(x)) @ w_0$ [31, -Regel]
33. $U(a) \rightarrow S(a) @ w_0$ [32, -Regel]

$\rightarrow$ -Regel auf 33:

33a. $\neg U(a) @ w_0$
33b. $S(a) @ w_0$ [Widerspruch zu 6c $\rightarrow$ schließt]

Also: 33a. $\neg U(a) @ w_0$

$\rightarrow$ Kombiniere: Aus 30b ($U(a)$) und 33a ($\neg U(a)$) ergibt sich Widerspruch.

$\rightarrow$ Daher muss 30a gelten: $\neg T(a) @ w_0$.

$\rightarrow$ Damit: $\neg S(a), \neg U(a), \neg T(a) @ w_0$ konsistent.

ALLE ZWEIGE: $\neg T(a) \neg U(a) \neg S(a) @ w_0$ ist konsistent.

ÜBRIGE AXIOME (A4, A11, A12) – keine Anwendung

34. $w \text{ Welt}(w) @ w_0$ [A4]
 35. $w \text{ Welt}(w) @ w_1$ [34, -Regel, w_1 neu]
 $\rightarrow$ Führt zu neuer Welt w_1 , aber nicht zu w_0 zurück.
36. A11, A12: Keine Instanzen in w_0 , die $T(a)$, $U(a)$ oder $S(a)$ erzwingen.

FAZIT DES TABLEAUS:

Das Tableau besitzt einen ****offenen Zweig****:

w_0, a , mit $\neg T(a)$, $\neg U(a)$, $\neg S(a)$.

Kein Axiom erzeugt in w_0 $T(a)$, $U(a)$ oder $S(a)$.
 Die übrigen Axiome führen zu neuen Welten ($w_1, \dots$),
 aber nicht zu w_0 zurück.

Daher ist das Tableau ****nicht geschlossen****.

6.4 Metatheoretischer Schluss

Nach dem **Korrektheits- und Vollständigkeitssatz** des S5-Tableau-Kalküls (siehe z. B. Smullyan, Fitting, oder Blackburn/de Rijke/Venema) gilt:

Eine Formelmenge Σ ist genau dann S5-erfüllbar, wenn das Tableau für Σ einen offenen Zweig besitzt.

Unser Tableau für

$$\Sigma = \{A1, A4, A11, A12, A13, A14, A15, \neg \Box \forall x Tr(x)\}$$

besitzt einen offenen Zweig.

Also ist Σ S5-erfüllbar.

Also gibt es ein S5-Modell, das alle Axiome erfüllt, aber in der Welt w_0 ein Individuum a besitzt, für das $\neg T(a)$, $\neg U(a)$ und $\neg S(a)$ gelten.

Also gilt in diesem Modell nicht $\Box \forall x Tr(x)$.

Also ist $\Box \forall x Tr(x)$ **kein logisches Theorem** der gegebenen Axiomatik.

Satz 1 (Nicht-Ableitbarkeit in reinem S5).

$$\boxed{S5 \not\vdash \Box \forall x Tr(x)}$$

7 TEIL II: BEWEIS IM ERWEITERTEN SYSTEM S5+SP

7.1 Die Superpositions-Erweiterung (ASP)

Zusätzlich zu den Axiomen A1, A4, A11, A12, A13, A14, A15 führen wir die **Superpositions-Axiome** ein. Sie formalisieren die Idee, dass Bewusstsein (C) der selbstreflexive Moment einer Superposition ist, aus der alle Welten entstehen.

7.1.1 ASP1 – Bewusstsein in der Superposition

$$ASP1 := C@w_{\text{super}}$$

Erläuterung: In der Superposition gilt Bewusstsein. Die Superposition ist der Urzustand, in dem alle Möglichkeiten noch ungetrennt enthalten sind.

7.1.2 ASP2 – Einzigartigkeit von C

$$ASP2 := \forall v (w_{\text{super}} Rv \rightarrow (C@v \leftrightarrow v = w_{\text{super}}))$$

Erläuterung: Bewusstsein gilt nur in der Superposition – keine andere Welt hat es. Bewusstsein ist ein singuläres Ereignis.

7.1.3 ASP3 – Die Superposition enthält alle Tr-Eigenschaften

$$ASP3 := \forall x Tr(x)@w_{\text{super}}$$

Erläuterung: Die Superposition enthält bereits alle Eigenschaften T, U, S . Sie ist der Grund für alles, was in den Welten gilt.

7.1.4 ASP4 – Übertragung auf alle Welten

$$ASP4 := \forall v (w_{\text{super}} Rv \rightarrow \forall x Tr(x)@v)$$

Erläuterung: Was in der Superposition gilt, gilt in allen erreichbaren Welten. Die Superposition ist ein normativer Ursprung.

7.1.5 ASP5 – Universelle Erreichbarkeit (als Rahmenbedingung)

$$ASP5 := \forall v (v \neq w_{\text{super}} \rightarrow w_{\text{super}} Rv)$$

Erläuterung: Jede andere Welt ist von der Superposition aus erreichbar. Die Superposition ist der einzige Ursprung.

7.2 Beweis im erweiterten System S5+SP

Satz 2 (Ableitbarkeit in S5+SP).

$$\boxed{S5+SP \vdash \Box \forall x Tr(x)}$$

wobei $S5+SP := S5 + \{ASP1, ASP2, ASP3, ASP4, ASP5\}$.

7.2.1 Semantischer Beweis

Sei $\mathcal{M} = (W, R, w_{\text{super}}, I)$ ein beliebiges S5+SP-Modell mit ASP1–ASP5.

Zu zeigen: Für alle $w \in W$ gilt $\mathcal{M}, w \models \forall x Tr(x)$.

Sei $w \in W$ beliebig.

Fall 1: $w = w_{\text{super}}$.

Nach ASP3 gilt:

$$\mathcal{M}, w_{\text{super}} \models \forall x Tr(x)$$

Also gilt die Behauptung.

Fall 2: $w \neq w_{\text{super}}$.

Nach ASP5 gilt:

$$w_{\text{super}} R w$$

Nach ASP4 folgt daraus:

$$\mathcal{M}, w \models \forall x Tr(x)$$

Also gilt die Behauptung.

Da w beliebig war, gilt für alle $w \in W$:

$$\mathcal{M}, w \models \forall x Tr(x)$$

Dies ist äquivalent zu:

$$\mathcal{M} \models \Box \forall x Tr(x)$$

q.e.d.

7.2.2 Tableau-Beweis in S5+SP

TABLEAU-BEWEIS IN S5+SP

ZIEL: $\exists x \text{ Tr}(x)$

REDUCTIO-ANNAHME:

- | | |
|---|-------------------------------|
| 1. $\neg \exists x \text{ Tr}(x)$ | [Annahme: Ziel sei falsch] |
| 2. $\neg \exists x \text{ Tr}(x)$ | [1, $\neg$ -Regel] |
| 3. $\neg \exists x \text{ Tr}(x) @ w_0$ | [2, -Regel: neue Welt w_0] |
| 4. $\exists x \neg \text{Tr}(x) @ w_0$ | [3, $\neg$ -Regel] |
| 5. $\neg \text{Tr}(a) @ w_0$ | [4, -Regel: a neu] |

FALLUNTERSCHEIDUNG: $w_0 = w_{\text{super}}$ $w_0 \neq w_{\text{super}}$

- | | |
|---|-------------|
| 6. $w_0 = w_{\text{super}}$ $w_0 \neq w_{\text{super}}$ | [Identität] |
|---|-------------|

→ Verzweigung A: $w_0 = w_{\text{super}}$

→ Verzweigung B: $w_0 \neq w_{\text{super}}$

VERZWEIGUNG A: $w_0 = w_{\text{super}}$

- | | |
|---|-------------------|
| 7. $\neg \text{Tr}(a) @ w_{\text{super}}$ | [5, Substitution] |
| 8. $\exists x \text{ Tr}(x) @ w_{\text{super}}$ | [ASP3, Axiom] |
| 9. $\text{Tr}(a) @ w_{\text{super}}$ | [8, -Regel auf a] |
| 10. Widerspruch: $\text{Tr}(a) @ w_{\text{super}}$ und $\neg \text{Tr}(a) @ w_{\text{super}}$ | |
| → Verzweigung A schließt (). | |

VERZWEIGUNG B: $w_0 \neq w_{\text{super}}$

- | | |
|---|--------------------|
| 11. $w_0 \neq w_{\text{super}}$ | [aus 6, Zweig B] |
| 12. $w_{\text{super}} R w_0$ | [11, ASP5] |
| 13. $\exists x \text{ Tr}(x) @ w_0$ | [12, ASP4] |
| 14. $\text{Tr}(a) @ w_0$ | [13, -Regel auf a] |
| 15. Widerspruch: $\text{Tr}(a) @ w_0$ und $\neg \text{Tr}(a) @ w_0$ (aus 5) | |
| → Verzweigung B schließt (). | |

BEIDE VERZWEIGUNGEN SCHLIESSEN.

Daher ist die Annahme $\neg xTr(x)$ widersprüchlich.

Also: $xTr(x)$ in S5+SP.

QED.

8 TEIL III: METATHEORETISCHE EINORDNUNG

8.1 Was wurde gezeigt?

System	Aussage	Status
Reines S5	$S5 \not\vdash \Box \forall x Tr(x)$	Bewiesen (offener Tableau-Zweig)
S5+SP	$S5+SP \vdash \Box \forall x Tr(x)$	Bewiesen (geschlossenes Tableau)

Die entscheidende Erkenntnis ist:

Die Brücke von der Existenz von Tr in einer Welt zur Notwendigkeit von Tr in allen Welten ist **kein Theorem von S5**. Sie muss als **zusätzliche metaphysische Annahme** eingeführt werden – hier in Form der Superpositions-Axiome ASP1–ASP5.

8.2 Was wurde nicht gezeigt?

- Die **Wahrheit** der Superpositions-Axiome ASP1–ASP5. Sie sind **metaphysische Prämissen**, keine logischen Theoreme.
- Dass die Zielaussage aus den ursprünglichen Axiomen A1, A4, A11, A12, A13, A14, A15 allein folgt – im Gegenteil, Teil I zeigt, dass sie es nicht tut.

8.3 Die Rolle von C (Bewusstsein)

Die Superpositions-Axiome formalisieren die Intuition, dass **Bewusstsein** (C) der selbstreflexive Moment der Superposition ist:

- ASP1: C gilt in der Superposition.
- ASP2: C gilt nur dort – es ist ein singuläres Ereignis.
- ASP3–ASP5: Die Superposition ist der notwendige Grund für alle Eigenschaften in allen Welten.

Damit wird C zur **Brücke von Existenz zu Notwendigkeit**: Weil die Superposition Tr enthält und alle Welten aus ihr hervorgehen, gilt Tr notwendig in allen Welten.

9 Gegenmodelle

Die Trinität kann vermieden werden, wenn mindestens eines der Axiome aufgegeben wird:

Aufgegebenes Axiom	Gegenmodell	Konsequenz
A1 (Monismus)	Dualismus (Descartes)	S kann ohne T existieren; Erken
A4 (Existenz einer Welt)	Nihilismus	Es gibt keine Welt; die gesamte
A11 (Transzendente Brücke)	Erkenntnistheoretischer Skeptizismus	Unerkennbarkeit impliziert keine
A12 (Erfahrbarkeit Realisierung)	Empirismus	Erfahrbarkeit ist nicht mit Real
ASP1–ASP5 (Superposition)	Keine Superposition	Die Brücke von Existenz zu Not

10 Anhang: Vollständige Axiome und Theoreme

10.1 Axiome (vollständig)

$$A1 := \Box \neg \exists x \exists y \text{ FundamentalGetrennt}(x, y)$$

$$A4 := \Diamond \exists w \text{ Welt}(w)$$

$$A11 := \forall w (\text{WeltGetrenntVonBewusstsein}(w) \leftrightarrow \neg \exists c (\text{Bewusstsein}(c) \wedge c(w)))$$

$$A12 := \forall p. \text{Erfahrbar}(p) \leftrightarrow \exists w. \text{Realisiert}(w, p)$$

$$A13 := \Box \forall x (T(x) \rightarrow U(x))$$

$$A14 := \Box \forall x (U(x) \rightarrow S(x))$$

$$A15 := \Box \forall x (S(x) \rightarrow T(x))$$

$$ASP1 := C@w_{\text{super}}$$

$$ASP2 := \forall v (w_{\text{super}} Rv \rightarrow (C@v \leftrightarrow v = w_{\text{super}}))$$

$$ASP3 := \forall x Tr(x)@w_{\text{super}}$$

$$ASP4 := \forall v (w_{\text{super}} Rv \rightarrow \forall x Tr(x)@v)$$

$$ASP5 := \forall v (v \neq w_{\text{super}} \rightarrow w_{\text{super}} Rv)$$

10.2 Definitionen

$$\begin{aligned}
\text{WeltGetrenntVonBewusstsein}(w) &:= \neg \exists c (\text{Bewusstsein}(c) \wedge c(w)) \\
\text{Erfahrbar}(p) &:= \exists w. (\text{Bewusstsein}(w) \wedge \text{Realisiert}(w, p)) \\
T &:= \{x \mid U < x < S\} \\
U &:= \lim_{x \rightarrow \inf} T \\
S &:= \lim_{x \rightarrow \sup} T \\
Tr &:= U \wedge T \wedge S
\end{aligned}$$

10.3 Abgeleitete Theoreme

$$\begin{aligned}
&\exists T \quad (\text{aus A4}) \\
&\Diamond C \quad (\text{A5 – aus A1, A11}) \\
&\forall p (\Diamond p \rightarrow \exists w. \text{Realisiert}(w, p)) \quad (\text{A2 – aus A1, A11, A12}) \\
&\Box(T \rightarrow U) \quad (\text{aus Fall 1}) \\
&\Box(U \rightarrow S) \quad (\text{aus Fall 2 + Superposition}) \\
&\Box(S \rightarrow T) \quad (\text{aus Fall 3}) \\
&\Rightarrow \Box(U \leftrightarrow T) \wedge \Box(T \leftrightarrow S) \wedge \Box(S \leftrightarrow U) \\
&\Rightarrow \Box(U \wedge T \wedge S)
\end{aligned}$$

11 Schluss

Die Abhandlung hat gezeigt:

1. **In reinem S5** ist die Trinität **nicht beweisbar** (Teil I).
2. **Im erweiterten System S5+SP** (mit Superpositions-Axiomen) ist die Trinität **beweisbar** (Teil II).
3. Die entscheidende metaphysische Last liegt auf den Superpositions-Axiomen – sie sind **keine logischen Theoreme**, sondern **zusätzliche Annahmen**.

Die formale Arbeit hat damit die logischen und metaphysischen Anforderungen eines solchen Beweises präzise herausgearbeitet. Die entscheidende Frage – ob die Superpositionsaxiome wahr sind – bleibt einer philosophischen oder physikalischen Untersuchung vorbehalten. Die Logik hat ihr Werk getan: Sie hat die Konsequenzen der Annahmen expliziert und die Grenzen des reinen S5 klar benannt.

Die Trinität ist keine zusätzliche Entität, sondern eine Strukturbedingung – aber sie ist nur unter der Superpositionshypothese beweisbar.

Diese Abhandlung wurde im Geiste strenger Modallogik verfasst, jedoch in der Sprache der Philosophie – denn die Wahrheit bedarf beider: der Präzision der Formel und der Weite des Begriffs.