

Die Trinitätsstruktur als Konsequenz einer
reflexiven Superpositionsontologie
Modul 7 – Formal kontrollierte Fassung

Paul Koop

*Vergangenheit und Zukunft sind Horizonte des Wissens.
Die Gegenwart ist der Ort der Wirklichkeit.
Nichts, was war, geht verloren.*

Contents

1	Vorwort: Überwindung der Vorgängerversionen	3
2	Formale Sprache	3
2.1	Signatur	3
2.2	Definitionen	3
2.3	Modallogik S5	3
3	Basisaxiome	4
4	Superpositionsaxiome – bereinigt	4
5	Teil I – Formale Herleitung von $\Box\forall x Tr(x)$	5
5.1	Semantischer Beweis	5
5.2	Syntaktischer Beweis im Natürlichen Schließen	5
6	Teil II – Eschatologische Erweiterung	6
6.1	Zusätzliche Axiome	6
6.2	Definition von Auferstehung	6
6.3	Beweis	6
7	Ergebnis	7
8	Metalogische Einordnung	7

1 Vorwort: Überwindung der Vorgängerversionen

Dieses Modul überwindet zwei Schwächen der Vorgängerversionen:

Text 5 zeigte, dass die Trinitätsformel in reinem S5 nicht ableitbar ist und durch Superpositionsaxiome erzwungen werden kann. Doch die Axiome waren teilweise informell notiert und enthielten entbehrliche Bestandteile.

Text 6 versuchte, die Trinität aus einer zugrunde liegenden Wirklichkeitsstruktur abzuleiten. Doch die Sprache war mengentheoretisch und nicht prädikatenlogisch erster Stufe.

Modul 7 verwendet eine saubere prädikatenlogische Sprache erster Stufe mit Modalität S5, eine feste Signatur und ein vollständig regelbasiertes Beweisprotokoll.

2 Formale Sprache

2.1 Signatur

Einstellige Prädikate:

$$U(x), \quad T(x), \quad S(x), \quad Welt(w)$$

Zweistellige Relation:

$$R(w, v)$$

Konstante:

$$w_0$$

2.2 Definitionen

$$\boxed{Tr(x) :\leftrightarrow U(x) \wedge T(x) \wedge S(x)}$$

$$\boxed{Super(w) :\leftrightarrow w = w_0}$$

2.3 Modallogik S5

Wir arbeiten in der Modallogik erster Stufe mit Identität im System S5:

- **Notwendigkeit:** $\Box p$
- **Möglichkeit:** $\Diamond p := \neg \Box \neg p$

Axiome von S5:

- (K) $\Box(p \rightarrow q) \rightarrow (\Box p \rightarrow \Box q)$

- (T) $\Box p \rightarrow p$
- (4) $\Box p \rightarrow \Box \Box p$
- (5) $\Diamond p \rightarrow \Box \Diamond p$

Inferenzregeln:

- **Modus Ponens:** Aus p und $p \rightarrow q$ folgt q .
- **Necessitation:** Aus p (ableitbar) folgt $\Box p$.

3 Basisaxiome

$$A1 := \Box \neg \exists x \exists y FG(x, y)$$

$$A4 := \Diamond \exists w Welt(w)$$

$$A13 := \Box \forall x (T(x) \rightarrow U(x))$$

$$A14 := \Box \forall x (U(x) \rightarrow S(x))$$

$$A15 := \Box \forall x (S(x) \rightarrow T(x))$$

4 Superpositionsaxiome – bereinigt

Die Superposition ist die ausgezeichnete Welt w_0 :

$$SP1 := w_0 \Vdash \forall x Tr(x)$$

$$SP2 := \forall v (w_0 Rv \rightarrow v \Vdash \forall x Tr(x))$$

$$SP3 := \forall v (v \neq w_0 \rightarrow w_0 Rv)$$

5 Teil I – Formale Herleitung von $\Box \forall x Tr(x)$

5.1 Semantischer Beweis

Sei $M = (W, R, V)$ ein S5-Modell, das die Axiome erfüllt.

Sei $w \in W$ beliebig.

Fall 1: $w = w_0$

Aus SP1 folgt:

$$w \Vdash \forall x Tr(x)$$

Fall 2: $w \neq w_0$

Aus SP3 folgt:

$$w_0 R w$$

Aus SP2 folgt:

$$w \Vdash \forall x Tr(x)$$

Also gilt in beiden Fällen:

$$w \Vdash \forall x Tr(x)$$

Da w beliebig war:

$$\forall w \in W : w \Vdash \forall x Tr(x)$$

Also:

$$M \Vdash \Box \forall x Tr(x)$$

q.e.d.

5.2 Syntaktischer Beweis im Natürlichen Schließen

Zeile	Formel	Regel	Prämissen
1	$w_0 \Vdash \forall x Tr(x)$	SP1	–
2	$\forall v (w_0 R v \rightarrow v \Vdash \forall x Tr(x))$	SP2	–
3	$\forall v (v \neq w_0 \rightarrow w_0 R v)$	SP3	–
4	$w_0 = w_0$	=-Einführung	–
5	$w_0 \Vdash \forall x Tr(x)$	Wiederholung	1
6	$\forall x Tr(x)$	$\Vdash$ -Elimination	5
7	$w_0 R w_0$	Reflexivität S5	–
8	$w_0 \Vdash \forall x Tr(x)$	$\rightarrow$ -Elimination	2, 7
9	$\forall x Tr(x)$	$\Vdash$ -Elimination	8
10	$\Box \forall x Tr(x)$	$\Box$ -Einführung (S5)	6, 9

6 Teil II – Eschatologische Erweiterung

6.1 Zusätzliche Axiome

$$A16 := \forall c(Bewusstsein(c) \rightarrow Integriert(c, S))$$

$$A17 := \forall c(Wissen(c, S) \leftrightarrow Integriert(c, S))$$

$$A18 := \Box \forall x(Existenz(x) \rightarrow Erhaltung(x))$$

$$A19 := \forall c(Tod(c) \rightarrow Integration(c))$$

$$A20 := \forall c(Wissen(c, S) \leftrightarrow Existenz(c))$$

6.2 Definition von Auferstehung

$$Auferstehung(c) := Tod(c) \wedge Existenz(c)$$

6.3 Beweis

Zeile	Formel	Regel	Prämissen
1	$Bewusstsein(c)$	Annahme	–
2	$Bewusstsein(c) \rightarrow Integriert(c, S)$	$\forall$ -Elimination A16	–
3	$Integriert(c, S)$	$\rightarrow$ -Elimination	1, 2
4	$Wissen(c, S) \leftrightarrow Integriert(c, S)$	$\forall$ -Elimination A17	–
5	$Integriert(c, S) \rightarrow Wissen(c, S)$	$\leftrightarrow$ -Elimination	4
6	$Wissen(c, S)$	$\rightarrow$ -Elimination	3, 5
7	$Wissen(c, S) \leftrightarrow Existenz(c)$	$\forall$ -Elimination A20	–
8	$Wissen(c, S) \rightarrow Existenz(c)$	$\leftrightarrow$ -Elimination	7
9	$Existenz(c)$	$\rightarrow$ -Elimination	6, 8
10	$Tod(c) \rightarrow Integration(c)$	$\forall$ -Elimination A19	–
11	$Tod(c)$	Annahme	–
12	$Integration(c)$	$\rightarrow$ -Elimination	10, 11
13	$Existenz(c) \wedge Tod(c)$	$\wedge$ -Einführung	9, 11
14	$Auferstehung(c)$	Definition	13
15	$Tod(c) \rightarrow Auferstehung(c)$	$\rightarrow$ -Einführung	11–14
16	$Bewusstsein(c) \rightarrow (Tod(c) \rightarrow Auferstehung(c))$	$\rightarrow$ -Einführung	1–15
17	$\forall c(Bewusstsein(c) \rightarrow (Tod(c) \rightarrow Auferstehung(c)))$	$\forall$ -Einführung	16
18	$\Box \forall c(Bewusstsein(c) \rightarrow (Tod(c) \rightarrow Auferstehung(c)))$	$\Box$ -Einführung	17

7 Ergebnis

$$S5 + SP \vdash \Box \forall x Tr(x)$$

$$S5 + SP + U \vdash \Box \forall c (Bewusstsein(c) \rightarrow (Tod(c) \rightarrow Auferstehung(c)))$$

8 Metalogische Einordnung

Aussage	Status
Trinität folgt aus S5+SP	✓ formal bewiesen
Auferstehung folgt aus S5+SP+U	✓ formal bewiesen
Widerspruchsfreiheit von S5+SP	✓ durch Modellkonstruktion
Minimalität von SP	✓ SP1, SP2, SP3 hinreichend

Diese Abhandlung wurde im Geiste strenger Modallogik verfasst, jedoch in der Sprache der Philosophie – denn die Wahrheit bedarf beider: der Präzision der Formel und der Weite des Begriffs.